

# 数学 I ・ 数学 A

問 題	選 択 方 法
第 1 問	必 答
第 2 問	必 答
第 3 問	} いずれか 1 問を選択し、 解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問	

第 1 問 (必答問題) (配点 40)

[1]  $a$  を定数とし, 2 次関数

$$y = -x^2 + (2a - 5)x - 2a^2 + 5a + 3$$

のグラフを  $C$  とする。

(1) グラフ  $C$  の頂点の座標は

$$\left( \frac{2a - \boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \frac{-4a^2 + \boxed{\text{ウエ}}}{4} \right)$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(2) グラフ C と  $x$  軸が異なる 2 点で交わるための  $a$  の範囲は

$$-\frac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}} < a < \frac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

である。

(3)  $a$  は ① を満たす整数とする。このとき、グラフ C と  $x$  軸との二つの交点の  $x$  座標がともに整数となるのは、 $a = \boxed{\text{ク}}$  または  $a = \boxed{\text{ケコ}}$  の場合であり、その場合に限る。 $a = \boxed{\text{ケコ}}$  のとき、交点の  $x$  座標は  $\boxed{\text{サシ}}$  と  $\boxed{\text{スセ}}$  である。ただし、 $\boxed{\text{サシ}}$  と  $\boxed{\text{スセ}}$  は解答の順序を問わない。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

[2] 一つのさいころを 2 回続けて投げ、出た目の数を順に  $a, b$  とするとき、

$$u = \frac{a}{b} \text{ とおく。}$$

(1)  $u = 1$  である確率は  $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$  である。

(2)  $u > 1$  である確率は  $\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$  である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(3)  $u$  が整数になる確率は  $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$  である。

(4)  $T$  を次で定義する。

$$u \text{ が整数になる場合} \begin{cases} u \text{ が偶数ならば } T = u \\ u \text{ が奇数ならば } T = 1 \end{cases}$$

$$u \text{ が整数にならない場合 } T = 0$$

このとき,  $T$  の期待値は  $\frac{\boxed{\text{又ネ}}}{\boxed{\text{ノハ}}}$  である。

第 2 問 (必答問題) (配点 40)

〔1〕  $m, n$  を整数とする。  $x$  の整式

$$A = x^3 + mx^2 + nx + 2m + n + 1$$

を考える。

(1)  $x$  の整式  $B$  を

$$B = x^2 - 2x - 1$$

とする。  $A$  を  $B$  で割ると、商  $Q$  と余り  $R$  はそれぞれ

$$Q = x + \left( m + \boxed{\text{ア}} \right)$$

$$R = \left( 2m + n + \boxed{\text{イ}} \right) x + \left( 3m + n + \boxed{\text{ウ}} \right)$$

である。

また、  $x = 1 + \sqrt{2}$  のとき、  $B$  の値は  $\boxed{\text{エ}}$  であり、さらにこのとき、  $A$  の値が  $-1$  であるならば、  $m, n$  は整数だから、

$$m = \boxed{\text{オ}}, n = \boxed{\text{カキ}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

(2) 次の  に当てはまるものを, 下の①~⑤のうちから一つ選べ。

$x$  がどのような奇数であっても  $A$  の値が常に偶数になるための必要十分条件は  となることである。

①  $m$  が奇数

②  $n$  が奇数

③  $m - n$  が奇数

④  $m$  が偶数

⑤  $n$  が偶数

⑥  $m - n$  が偶数

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 平面上に 2 点 O, P があり,  $OP = \sqrt{6}$  である。点 O を中心とする円 O と点 P を中心とする円 P が, 2 点 A, B で交わっている。円 P の半径は 2 であり,  $\angle AOP = 45^\circ$  である。このとき, 円 O の半径は

$$\sqrt{\boxed{\text{ケ}}} + \boxed{\text{コ}} \quad \text{または} \quad \sqrt{\boxed{\text{ケ}}} - \boxed{\text{コ}}$$

である。

以下, 円 O の半径が  $\sqrt{\boxed{\text{ケ}}} - \boxed{\text{コ}}$  のときを考える。

$$AB = \sqrt{\boxed{\text{サ}}} - \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

また、OA の A 側への延長と円 P との交点を C とするとき、三角形 ABC について、

$$\angle BAC = \boxed{\text{スセソ}}^\circ, \quad BC = \boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

- (1) 整数からなる等比数列  $\{a_n\}$  が,  $a_1 + a_2 = 32$ ,  $a_4 + a_5 = 864$  を満たしている。このとき,

$$a_n = \boxed{\text{ア}} \cdot \boxed{\text{イ}}^{n-1}$$

であり,

$$\sum_{k=1}^n (a_k + 4k - 2) = \boxed{\text{ウ}} \cdot \boxed{\text{エ}}^n + \boxed{\text{オ}} n^2 - \boxed{\text{カ}}$$

となる。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

- (2) 分数  $\frac{9}{37}$  を小数で表したときに小数第  $n$  位に現れる数を  $b_n$  とする。すべての自然数  $n$  に対して  $b_{n+p} = b_n$  となる最小の自然数  $p$  は キ であり、

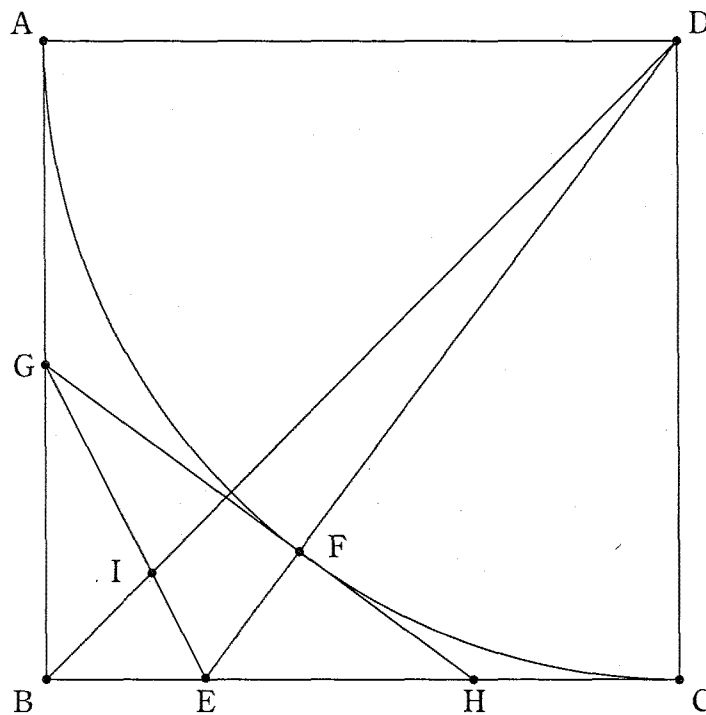
$$\sum_{k=1}^{100} b_k = \text{クケコ}$$

である。

第 4 問 (選択問題) (配点 20)

1 辺の長さが 1 の正方形 ABCD の辺 BC を 1 : 3 に内分する点を E とする。  
 D を中心とする半径 1 の円と、線分 DE との交点を F とする。点 F におけるこの円 D の接線と辺 AB, BC との交点をそれぞれ G, H とする。さらに直線 GE と直線 BD との交点を I とする。 **キ** ~ **サ** には、次の ㉠ ~ ㉦ のうちから正しいものを一つずつ選べ。

- |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ㉠ EH  | ㉡ FD  | ㉢ FE  | ㉣ GE  | ㉤ GF  | ㉥ GH  |
| ㉦ GI  | ㉧ GJ  | ㉨ IE  | ㉩ JB  | ㉪ BEI | ㉫ BIE |
| ㉬ EBI | ㉭ EFG | ㉮ FEG | ㉯ FGE |       |       |



(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

(1) 点 I が  $\triangle BGH$  の内心であることを示す。E は BC を 1 : 3 に内分するから

$$EC = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

である。  $\triangle ECD$  において三平方の定理(ピタゴラスの定理)を用いれば

$$ED = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

となる。よって  $EF = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$  である。

$\triangle GBE$  と  $\triangle GFE$  は直角三角形で、斜辺 GE を共有し、  $BE = \boxed{\text{キ}}$  であるから  $\triangle GBE \equiv \triangle GFE$  が成り立つ。ゆえに  $\angle BGE = \angle \boxed{\text{ク}}$  となる。一方、

$$\angle GBI = 45^\circ = \angle \boxed{\text{ケ}}$$

であるから I は  $\triangle BGH$  の内心であることがわかる。

(2) 次に、  $\triangle BGH$  の内接円 I の半径  $r$  を求める。  $GA = GF = GB$  なので、G は AB の中点であることがわかる。I から GB に下ろした垂線と GB との交点を J とする。  $JI = \boxed{\text{コ}} = r$  であって  $JI \parallel BE$  であるから

$$GB : BE = \boxed{\text{サ}} : JI$$

が成り立つ。ゆえに  $r = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$  となる。

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

次のプログラムを考える。ただし、120 行の THEN の後は、コロン「:」で区切られた複数の命令をその順に実行させるものである。

```
100 INPUT "A = "; A
110 INPUT "B = "; B
120 IF B <= 0 THEN PRINT "B <= 0 です。終了します。" : GOTO 240
130 X = 0
140 Y = A
150 IF A < 0 THEN GOTO 200
160 IF Y < B THEN GOTO 230
170 X = X + 1
180 Y = Y - B
190 GOTO 160
200 X = X - 1
210 Y = Y + B
220 IF Y < 0 THEN GOTO 200
230 PRINT "X は"; X; ", Y は"; Y; "です。"
240 END
```

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

(1)  $A = ?$  に対して 50,  $B = ?$  に対して 11 を入力すると, 170 行は  回,  
210 行は  回実行され,

$X$  は ,  $Y$  は  です。

と表示される。

(2)  $A = ?$  に対して  $-50$ ,  $B = ?$  に対して 6 を入力すると, 170 行は  回,  
210 行は  回実行され,

$X$  は ,  $Y$  は  です。

と表示される。

(3)  $A = ?$  に対して 14.9,  $B = ?$  に対して 2.5 を入力すると,  $X$  の値として

$X$  は

と表示され, その右に  $Y$  の値として表示される数を既約分数で表すと

$\frac{\text{サシ}}{\text{ス}}$  となる。